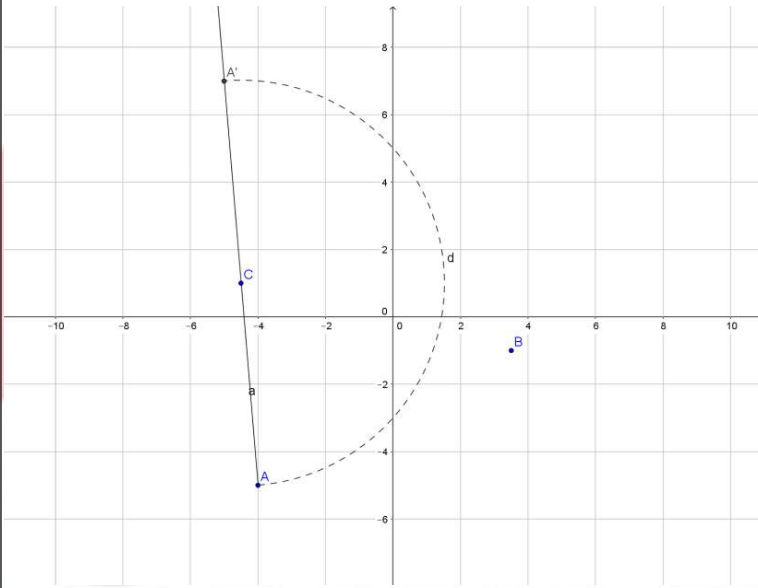


# Grundwissen Mathematik 7. Klasse

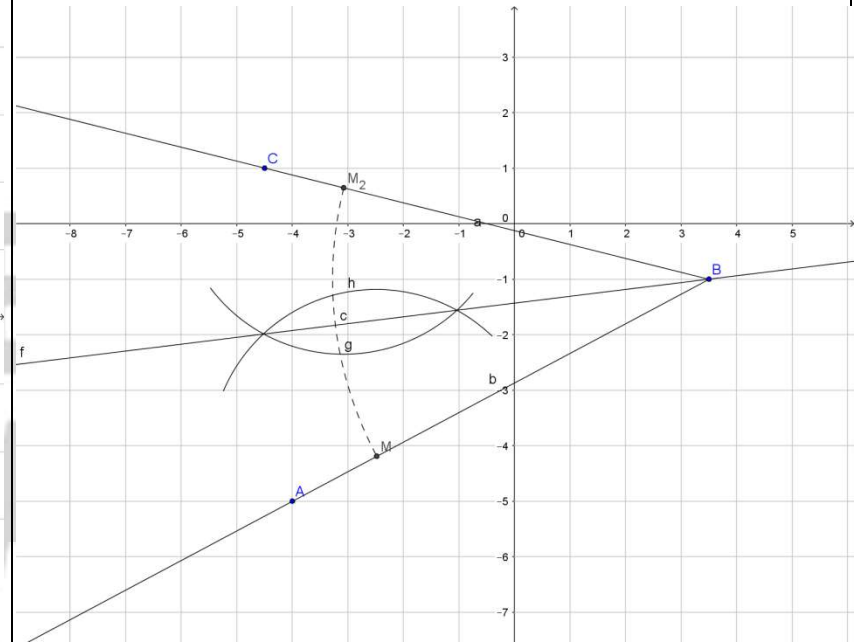


Wissen	Aufgaben/Beispiele	Lösungen
<p><b>Achsen Spiegelung</b>  <b>Eigenschaften der Achsen Spiegelung:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Die Verbindungsstrecke von Punkt P und Bildpunkt P' wird von der Spiegelachse senkrecht halbiert</li> <li>- Achsenpunkte sind Fixpunkte</li> <li>- Nur Achsenpunkte haben von P und P' gleichen Abstand</li> <li>- Die Achsen Spiegelung ist längen- und winkeltreu</li> <li>- Der Drehsinn ändert sich</li> </ul> <p><b>Punkt Spiegelung</b>  <b>Eigenschaften der Punkt Spiegelung:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Entspricht einer 180°- Drehung um das Symmetriezentrum Z</li> <li>- Die Verbindungsstrecke von Punkt P und Bildpunkt P' wird vom Zentrum halbiert</li> <li>- Längen- und Winkeltreue</li> <li>- Drehsinn bleibt erhalten</li> </ul>	<p>Trage die Punkte A(-4/-5), B(3,5/-1) und C (-4,5/1) in ein Koordinatensystem ein.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Spiegle den Punkt A an BC.</li> <li>Konstruiere den Mittelpunkt der Strecke [AB].</li> <li>Konstruiere das Lot von A auf BC</li> <li>Konstruiere die Winkelhalbierende für den Winkel <math>\angle CBA</math>.</li> <li>Spiegle den Punkt A an C.</li> </ol> <p>zu a) Achsen Spiegelung von Punkt A an BC</p>	<p>b) Mittelpunkt der Strecke [AB]</p> <p>c) Lot von A auf BC</p>

zu e) Punktspiegelung von A an C



d) Winkelhalbierende



**Winkelbetrachtungen**

**Winkel an sich schneidenden Geraden**

**Scheitelwinkel** sind gleich groß

**Stufenwinkel** sind gleich groß

**Wechselwinkel** sind gleich groß

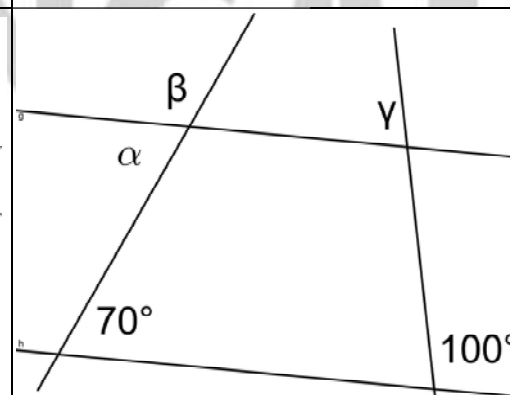
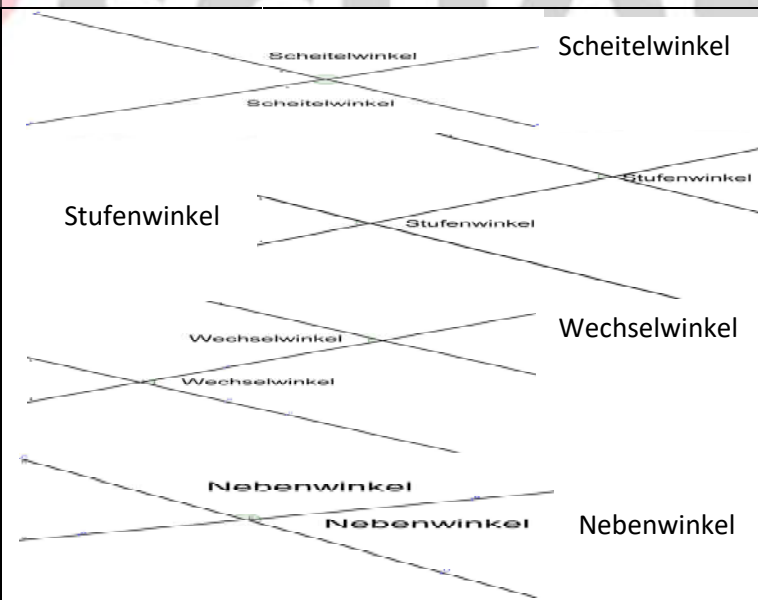
**Nebenwinkel**

(ergänzen sich zu  $180^\circ$ )

Wenn die Gerade g parallel zu h ist, dann sind die Winkel gleich groß.

**Winkelsumme im Dreieck**

Die Innenwinkelsumme im Dreieck beträgt  $180^\circ$



Die beiden Geraden g und h sind parallel. Berechne die Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ . Begründe deine Rechnungen.

$\alpha = 70^\circ$  (Wechselwinkel)

$\beta = 110^\circ$  (Nebenwinkel zu  $\alpha$ )

$\gamma = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$  (Stufenwinkel und Nebenwinkel)

**Terme****Aufstellen von Termen****Berechnen von Termwerten****Zuordnung:****Variablenwert – Termwert**

Jedem Variablenwert wird durch Ausrechnen des Terms ein eindeutig bestimmter Termwert zugeordnet.

Die Zuordnung lässt sich in einer Wertetabelle angeben und durch einen Graphen in einem Koordinatensystem veranschaulichen.

**Termumformungen**

- Gleichartige Terme zusammenfassen
- Umformungen in Produkten
- Anwendung des Distributivgesetzes, **Ausmultiplizieren**
- Anwendung des Distributivgesetzes, **Ausklammern**
- Multiplizieren von Summen

- Binomische Formeln

Gib einen Term für die Gesamtanzahl der Beine von  $m$  Maikäfern,  $s$  Schmetterlingen und  $k$  Kreuzspinnen an. Der Preis einer Urlaubsreise ist  $x$ . Das Reisebüro gibt 15% Rabatt für Frühbucher.

Berechne den Wert des Terms  $T(x) = \frac{x^2}{x-1}$

für  $x = -4; 1,2; \frac{2}{3}$

Berechne den Wert des Terms  $T(a; b) = 3ab - \frac{3}{4}a^2$

für  $a = -2; b = 0,5$

$$T(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$x$	-2	-1	0	3	4
$T(x)$					

$$a) 3,5x + x - \frac{1x}{4} =$$

$$3ab^2 - 4a^2b + ab^2 - 5a^2b + 0ab^2 =$$

$$b) (-2p)^3 q^2 p^4 q =$$

$$(-0,1x^3 y)^2 (3y^2 x)^3 =$$

$$c) 2x \left( a - \frac{1}{4}b \right) =$$

$$ab - a \cdot (b - 4a) =$$

$$d) 6xy^2 - 8x^2 y^3 =$$

$$ab + 0,5a^2 b^2 =$$

$$e) (x + y)(xy - 1) =$$

$$(3a - 2b)(a - 4b) =$$

$$f) (5a - 2b)^2 =$$

$$(2x - 1)(2x + 1) =$$

$$T(\text{Gesamtzahl Beine}) = 6 \cdot m + 6 \cdot s + 8 \cdot k$$

$$T(\text{Frühbucherpreis}) = x \cdot (100\% - 15\%) = x \cdot 85\%$$

$$= x \cdot 0,85 = 0,85x$$

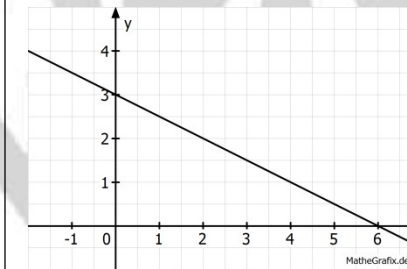
$$T(-4) = \frac{(-4)^2}{-4-1} = \frac{16}{-5} = -3\frac{1}{5} = -3,2$$

$$T(1,2) = \frac{1,2^2}{1,2-1} = \frac{1,44}{0,2} = 7,2$$

$$T\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{2}{3}-1} = \frac{\frac{4}{9}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{4}{3} = -1,3$$

$$T(-2; 0,5) = 3 \cdot (-2) \cdot 0,5 - \frac{3}{4} \cdot (-2)^2 = -3 - 3 = -6$$

$x$	-2	-1	0	3	4
$T(x)$	4	3,5	3	1,5	1



$$a) 3,5x + x - \frac{1x}{4} = 4,5x - 0,25x = 4,25x$$

$$3ab^2 - 4a^2b + ab^2 - 5a^2b + 0ab^2 = 4ab^2 - 9a^2b$$

$$b) (-2p)^3 q^2 p^4 q = -8p^3 p^4 q^2 q = -8p^7 q^3$$

$$(-0,1x^3 y)^2 (3y^2 x)^3 = 0,01x^6 y^2 27y^6 x^3 = 0,27x^9 y^8$$

$$c) 2x \left( a - \frac{1}{4}b \right) = 2ax - \frac{1}{2}bx$$

$$ab - a \cdot (2b - 4a) = ab - 2ab + 4a^2 = -ab + 4a^2$$

$$d) 6xy^2 - 8x^2 y^3 = 2xy^2(3 - 4xy)$$

$$ab + 0,5a^2 b^2 = ab(1 + 0,5ab)$$

$$e) (x + y)(xy - 1) = x^2 y - x + xy^2 - y$$

$$(3a - 2b)(a - 4b) = 3a^2 - 12ab - 2ba + 8b^2 = 3a^2 - 14ab + 8b^2$$

**Lineare Gleichungen****Lösen von linearen Gleichungen**

Eine lineare Gleichung mit der Variablen  $x$  kann man immer in den folgenden Schritten lösen:

1. Vereinfachen des Terms rechts und links vom Gleichheitszeichen
2. Addition bzw. Subtraktion und Zusammenfassen so, dass nur noch die Variable oder ein Vielfaches von ihr auf nur einer Seite steht
3. Division durch den Faktor des  $x$ -Terms.

**Lineare Gleichungen in Anwendungssituationen**

Stelle die Gleichung nach folgendem Schema auf:

1. Variable einführen
2. Gleichung aufstellen
3. Gleichung lösen
4. Ergebnis überprüfen, Antwort formulieren

a)  $\frac{1}{3}x - 2 = -5$

b)  $3(2x - 1) + x = (x - 2) - (4 - 8x)$

c) In einem Käfig sind Hasen und Hühner eingesperrt. Die Tiere haben zusammen 35 Köpfe und 94 Füße. Wie viele Hasen und Hühner sind im Käfig?

d) In einem 5 cm hohen Trapez von  $30 \text{ cm}^2$  Flächeninhalt ist eine der parallelen Seiten 7,5 cm lang. Wie lang ist die andere der parallelen Seiten?

a)  $\frac{1}{3}x - 2 = -5$

$$\frac{1}{3}x = -3$$

$$x = -9$$

b)  $3(2x - 1) + x = (x - 2) - (4 - 8x)$

$$6x - 3 + x = x - 2 - 4 + 8x$$

$$7x - 3 = 9x - 6$$

$$7x + 3 = 9x$$

$$3 = 2x$$

$$x = \frac{3}{2}$$

c)  $x = \text{Anzahl der Hasen}$

$35 - x = \text{Anzahl der Hühner}$

$$x \cdot 4 + (35 - x) \cdot 2 = 94$$

$$4x + 70 - 2x = 94$$

$$2x + 70 = 94$$

$$2x = 24$$

$$x = 12 \quad [\text{Hasen}]$$

d) Flächenformel für das Trapez:  $A = \frac{1}{2}(a + c) \cdot h$

Einsetzen  $30 = \frac{1}{2}(a + 7,5) \cdot 5$

$$30 = \left(\frac{1}{2}a + 3,75\right) \cdot 5$$

$$30 = \frac{5}{2}a + 18,75$$

$$11,25 = \frac{5}{2}a$$

$$4,5 = a$$

**BOXPLOT**

Der **Median** unterteilt einen Datensatz in zwei gleich große Blöcke. Ist die Anzahl der Daten

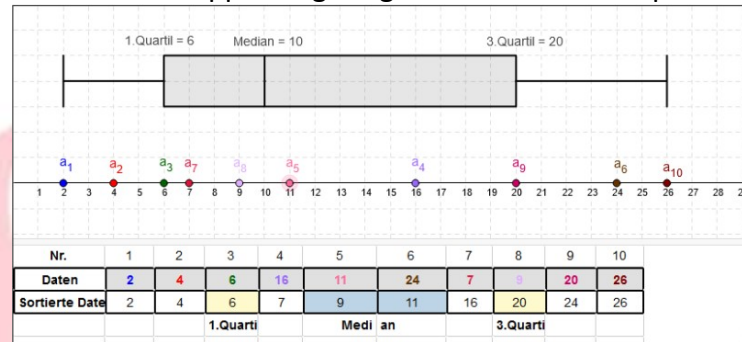
- a) gerade, so ist der Median der Durchschnittswert der beiden mittleren Zahlen
- b) ungerade, so ist der Median der Wert in der Mitte

Das untere (obere) **Quartil** ist der Median des unteren (oberen) Blocks.

**Spannweite** des Datensatzes= größter Wert-kleinster Wert

**Box:** Rechteck in der Abbildung  
**Antenne:** Verbindungslinie von der Box zum Minimal- bzw. Maximalwert

Zu a) 10 Schüler wurden nach der Anzahl der Stifte in ihrem Federmäppchen gefragt. Erstelle einen Boxplot!

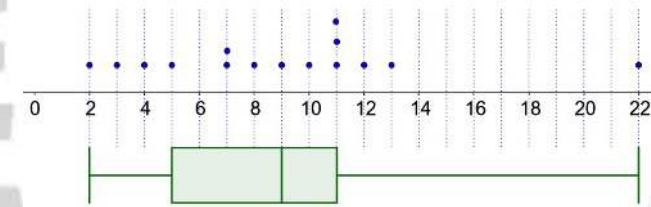


- Wichtig ist die Sortierung der Daten nach deren Größe! Der Median ist hier:  $(9 + 11) \div 2 = 10$
- 1. Quartil=unteres Quartil=6
- Die Spannweite beträgt 24

Zu b) 15 Lehrerinnen wurden nach der Anzahl ihrer bereits bereisten Länder befragt und die Antworten der Reihe nach notiert: 7;2;8;22;11;12;11;3;11;4;13;7;9;10;5

Lösung:

Sortierte Liste: {2, 3, 4, 5, 7, 7, 8, 9, 10, 11, 11, 11, 12, 13, 22}



Median=9; unteres Quartil=5; oberes Quartil=11;  
Spannweite=20

**Kongruenz und Dreiecke**

Zwei Dreiecke sind zueinander kongruent, wenn sie

- in allen drei Seiten **SSS**
- in einer Seite und zwei gleichliegenden Winkeln **WSW** oder **SWW**
- in zwei Seiten und dem eingeschlossenen Winkel **SWS**
- in zwei Seiten und dem Gegenwinkelt der längeren Seite übereinstimmen **SsW**, d.h. die längere Seite muss dem gegebenen Winkel gegenüberliegen.

Prüfe, ob mit den Angaben ein Dreieck eindeutig konstruierbar ist.

- a)  $b = 9 \text{ cm}; c = 5 \text{ cm}; a = 45^\circ$
- b)  $a = 5 \text{ cm}; a = 30^\circ; b = 75^\circ$
- c)  $b = 5 \text{ cm}; c = 8 \text{ cm}; b = 30^\circ$

Begründe, ob die zwei Dreiecke kongruent sind:

$c_1 = 6,4 \text{ cm}; \alpha_1 = 50^\circ; \beta_1 = 75^\circ$  und  
 $a_2 = 6,4 \text{ cm}; \alpha_2 = 50^\circ; \beta_2 = 75^\circ$

- a) Ja, nach dem **SWS** – Satz
- b) Ja, nach dem **SWW** – Satz
- c) Nein, da b die kürzere Seite ist.

Die zwei Dreiecke sind nicht kongruent, da im ersten Dreieck die Winkel  $a_1$  und  $b_1$  gegeben sind, die an der Seite  $c_1$  anliegen, im zweiten Dreieck ist zwar  $b_2$  anliegend,  $a_2$  aber nicht.



**Besondere Linien im Dreieck und Konstruktionen**

**Besondere Linien im Dreieck**

Mittelsenkrechte und Umkreis  
Winkelhalbierende und Inkreis  
Höhen

**Konstruktionen**

- Planfigur
  - Konstruktionsplan
  - Konstruktion
- Achte auf mehrere Lösungen!

**Besondere Dreiecke**

- gleichschenkliges Dreieck
- gleichseitiges Dreieck
- rechtwinkliges Dreieck

**Satz von Thales**

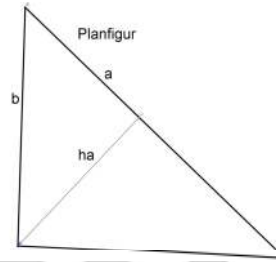
Liegt ein Punkt C auf dem Halbkreis über einer Strecke [AB], dann ist das Dreieck ABC **rechtwinklig**.

Gegeben ist das Dreieck ABC mit  $a = 7 \text{ cm}$ ,  $c = 8 \text{ cm}$  und  $b = 50^\circ$ . Konstruiere a) den Umkreis b) den Inkreis.

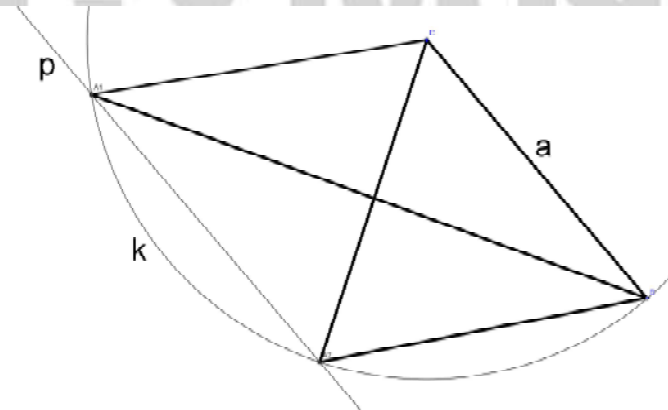
c) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit  $a = b = 7 \text{ cm}$ ,  $h_a = 6 \text{ cm}$ . Wie viele Lösungen gibt es?

Konstruktionsbeschreibung:

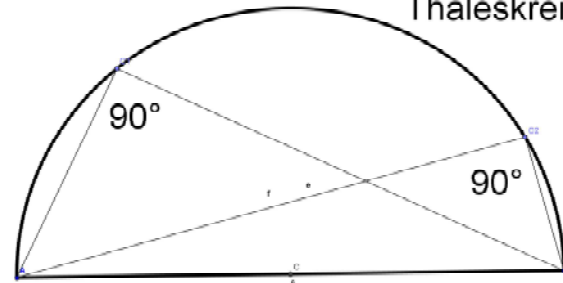
- 1) Punkte B, C festgelegt durch  $a = 7 \text{ cm}$
- 2) A festgelegt durch Kreis  $k(C; r = a = 7 \text{ cm})$  und Parallelen zu [BC] im Abstand  $h_a$ .



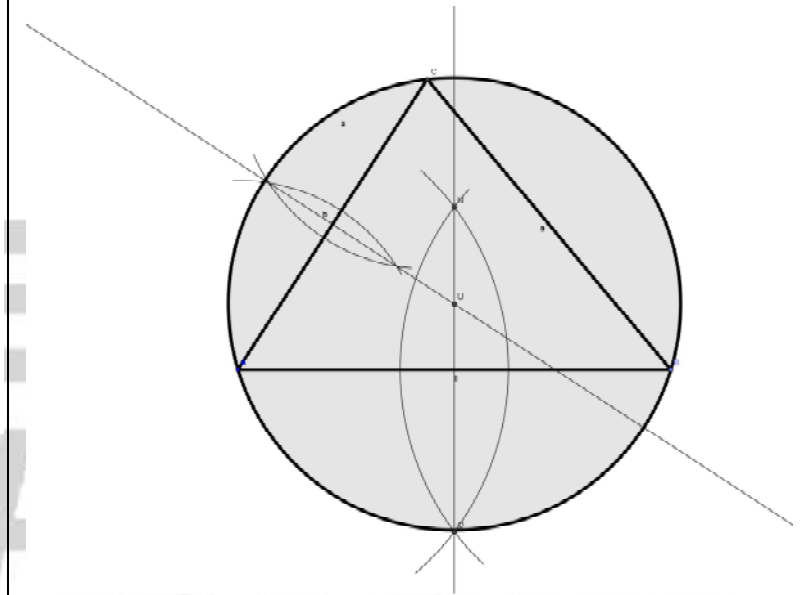
Konstruktion:



Thaleskreis



zu a) Umkreis mit Hilfe der Mittelsenkrechten



zu b) Inkreis mit Hilfe der Winkelhalbierenden

