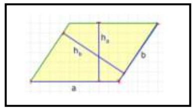
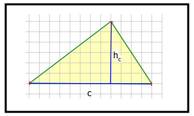
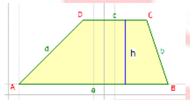
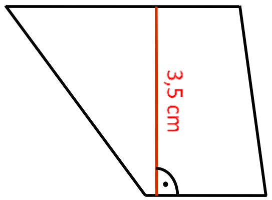
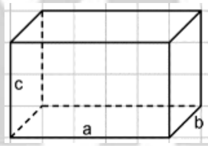
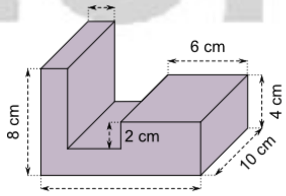
Grundwissen Mathematik 6. Klasse

Wissen	Aufgaben/Beispiele	Lösungen
Menge der rationalen Zahlen: $\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0\}$ $a : b = \frac{a}{b} = \frac{Zähler}{Nenner}$ ***- Echter Bruch:*** *der Betrag liegt zwischen 0 und 1, der Nenner ist größer als der Zähler, z.B.* $\frac{3}{4}$ *-* ***Unechter Bruch****: der Betrag ist größer als 1, z.B.* $\frac{11}{4}$ *; unechte Brüche werden in* ***gemischte Zahlen*** *umgewandelt:* $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$ **<u>Erweitern und Kürzen</u>** - $\frac{3}{11} = \frac{3 \cdot 4}{11 \cdot 4} = \frac{12}{44}$ - $\frac{35}{63} = \frac{35 : 7}{63 : 7} = \frac{5}{9}$	1. Ordne die Zahlen der Größe nach: $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}, \frac{5}{6}$ 2. Gib das gekürzte Ergebnis als gemischte Zahl an: a) $\frac{35}{20}$ b) $\frac{162}{36}$	$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ => $\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ 2. a) $\frac{35}{20} \overset{:5}{=} \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ b) $\frac{162}{36} \overset{:9}{=} \frac{18}{4} \overset{:2}{=} \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$
<u>Rechnen mit Brüchen:</u> **- Addition und Subtraktion:** die Brüche müssen **gleichnamig** sein: $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15}$ Bestimmung des Kleinsten gemeinsamen Vielfachen (**kgV**) mit Hilfe der Primfaktor-Zerlegung. **- Multiplikation und Division:** - Mult. mit natürlichen Zahlen: Multipliziere den Zähler mit der nat. Zahl und behalte den Nenner bei. - Mult. von Brüchen: „Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner“ - Div. von Brüchen: „Anstatt durch einen Bruch zu dividieren, multipliziert man mit seinem Kehrbruch.“ Beim Rechnen mit Brüchen gelten die gleichen **Rechenregeln** (Punkt-vor-Strich) und **Rechengesetze** (AG, KG, DG) wie beim Rechnen mit ganzen Zahlen.	1. Berechne das kgV der Zahlen 6, 9 und 15 2. Berechne: $a)\ \frac{1}{6} - \frac{4}{9} + \frac{7}{15}$ $b)\ \frac{5}{8} \cdot 3 =$ $c)\ \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} =$ $d)\ \frac{2}{3} : \frac{5}{9} =$	$\begin{array}{rccccc} 6 = & 2 & \cdot 3 & & & \\ 9 = & & 3 & \cdot 3 & & \\ 15 = & & 3 & & \cdot 5 & \\ \hline kgV = & 2 & \cdot 3 & \cdot 3 & \cdot 5 & = 90 \end{array}$ 2. $a)\ \overset{siehe\ kgV}{=} \frac{15}{90} - \frac{40}{90} + \frac{42}{90} = \frac{17}{90}$ $b)\ \frac{5}{8} \cdot 3 = \frac{5 \cdot 3}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ $c)\ \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$ $d)\ \frac{2}{3} : \frac{5}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

Achtung: Gemischte Zahlen vor dem Multiplizieren/Dividieren in reine Brüche umwandeln! Addition ist auch mit gemischten Zahlen möglich. Potenzschreibweise mit **negativen Exponenten:** $7^{-3} = \frac{1}{7^3} = \frac{1}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{1}{343}$	3. $5\frac{7}{10} + 1\frac{2}{5}$ 4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$	3. $= 5\frac{7}{10} + 1\frac{4}{10} = 6\frac{11}{10} = 7\frac{1}{10}$ 4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = 1 : \frac{1}{8} =$ $1 \cdot \frac{8}{1} = 1 \cdot 8 = 8$
<u>Dezimalbrüche:</u> - Umwandlung von Brüchen in Dezimalbrüche mit Stufenzahlen ($\frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0{,}04$) oder durch Division ($2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} = 8 : 3 = 2{,}\overline{6}$) - Runden von Dezimalbrüchen analog zum Runden von ganzen Zahlen - Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen: „Komma unter Komma“ beim Untereinanderschreiben - Multiplikation von Dezimalbrüchen: Das Ergebnis muss ebenso viele Stellen nach dem Komma haben wie beide Faktoren zusammen - Division von Dezimalbrüchen: gleichsinnige Kommaverschiebung nach rechts, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist	1. Runde die Zahl 5,4827 a) auf Zehntel b) auf Hundertstel 2. 3,8+0,25 3. 3,8·0,05 NR: 38·5=190 4. 0,038 : 0,05	1. a) 5,5 b) 5,48 $\begin{array}{rr} & 3{,}8 \\ + & 0{,}25 \\ \hline = & 4{,}05 \\ \hline \end{array}$ $3,\underbrace{8}_{1} \cdot 0,\underbrace{05}_{2} = 0,\underbrace{190}_{3} = 0{,}19$ 4. $0,\overrightarrow{038} : 0,\overrightarrow{05} = 3{,}8 : 5 = 0{,}76$
<u>Flächeninhalt von Dreiecken und Vierecken:</u> - **Flächeninhalt A eines Parallelogramms** mit der Grundlinie a und zugehöriger Höhe h_a : **A = a · h_a** (bzw. A = b · h_b)  - **Flächeninhalt A eines Dreiecks: A =** $\frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$ 	1. Ein Parallelogramm mit den Maßen b = 43cm und h_a = 15cm hat den Flächeninhalt A = 255cm². Berechne die Länge der Seite a und den Umfang U des Parallelogramms. 2. Ein dreieckiges Grundstück hat eine Fläche von 8,26 a. Die eine Seite des Grundstücks misst 94,4 m. Wie groß (in m) ist die dazugehörige Höhe?	1. a = 255cm² : 15cm = 17cm U = 2 · 17cm + 2 · 43cm = 120cm 2. 826m² = $\frac{1}{2} \cdot 94{,}4\text{m} \cdot \text{h}$ 826m² = 47,2m · h h = 826m² : 47,2m = 17,5m Die zugehörige Höhe ist 17,5m.

- **Flächeninhalt eines Trapezes:** A = $\frac{1}{2} \cdot (a+c) \cdot h$  **- Netze und Oberflächeninhalt: O = A_{Netz}**	3. Berechne den Flächeninhalt:  	3. A = $\frac{1}{2} \cdot (2{,}4\text{cm} + 4{,}6\text{cm}) \cdot 3{,}5\text{cm}$ = = $\frac{1}{2} \cdot 7\text{cm} \cdot 3{,}5\text{cm}$ = 12,25cm^2
<u>Volumen und Volumenmessung:</u> - **Flächeneinheiten:** 1m^3 = 1000dm^3; 1dm^3 (= 1 Liter) = 1000cm^3; 1cm^3 = 1000mm^3 - **Volumen** eines Quaders mit den Kantenlängen a,b und c: **V_Q = $a \cdot b \cdot c$**  - Volumen verschiedener Körper durch **Zerlegen/neu Zusammen-setzen/Ergänzen** berechnen.	1. Verwandle in die angegebene Einheit: 35,07 cm^3 = … mm^3 = … l 2.Welche Breite hat ein 25 m langes, 2 m tiefes Schwimmbecken, das 600 000 l Wasser fasst? 3. Berechne das Volumen des folgenden Körpers:  	1. 35,07 cm^3 = 35070 mm^3 = 0,03507 dm^3 = 0,03507 l 2. 600.000 dm^3 = 250 dm · b · 20 dm 600.000 dm^3 = 5000 dm^2 · b b = 600 000 dm^3 : 5000 dm^2 = 120dm Das Schwimmbecken ist 12 m breit. 3. V = 2cm · 10cm · 8cm + 4cm · 10cm · 2cm + 6cm · 10cm · 4cm = 160cm^3 + 80cm^3 + 240cm^3 = 480cm^3
<u>Relative Häufigkeit:</u> - Die **absolute Häufigkeit** gibt an, wie oft ein bestimmtes Ergebnis auftritt - **Relative Häufigkeit** = $\frac{\textbf{absolute Häufigkeit}}{\textbf{Gesamtzahl}}$	1. Beim Basketball erzielt Tom bei 65 Würfen 26 Treffer. Bestimme die absolute und die relative Häufigkeit für „Treffer“.	1. Die absolute Häufigkeit für „Treffer“ ist 26. Die relative Häufigkeit ist $\frac{26}{65}$ = $\frac{2}{5}$ = 40 %

<u>Prozentrechnung und Diagramme:</u>

60 % = $\frac{60}{100} = 0{,}60 = 0{,}6$; 3 ‰ = $\frac{3}{1000} = 0{,}003$

- **Grundgleichung der Prozentrechnung:**
  Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert

- **Arithmetisches Mittel** = $\frac{\textbf{Summe der einzelnen Werte}}{\textbf{Gesamtzahl an Werten}}$

- Diagramme: Beim **Kreisdiagramm** entspricht die Größe des Mittelpunktswinkels dem jeweiligen Anteil.
  Beim **Streifendiagramm** entspricht die Länge der Abschnitte dem jeweiligen Anteil.
  Beim **Säulendiagramm** entspricht die Höhe der Säulen dem jeweiligen Anteil.

1. Wie viel Prozent sind 51 von 68?

2. Der Preis eines Fahrrads wird im Ausverkauf auf 270 € reduziert. Das sind nur noch 30 % des ursprünglichen Preises. Wie viel kostete das Fahrrad vorher?

3. Bei einer fünftägigen Wanderung wurden pro Tag die Streckenlängen 12 km, 16 km, 8 km, 22 km und 14 km zurückgelegt. Wie viele km wurden im Durchschnitt pro Tag gewandert?

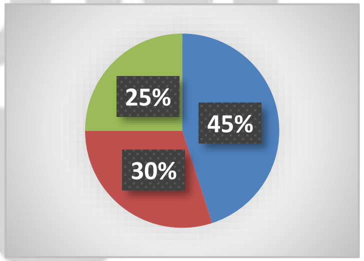
4. Bei einer Wahl erhielt Partei A 45 % der Stimmen, Partei B 30 % der Stimmen und Partei C 25 % der Stimmen. Erstelle
a) ein Kreisdiagramm
b) ein Streifendiagramm
c) ein Säulendiagramm

1. PS = $\frac{PW}{GW} = \frac{51}{68} = \frac{3}{4}$ = 75 %

2. a) Mit der Grundgleichung:
GW = $\frac{PW}{PS} = \frac{270\,€}{\frac{30}{100}} = \frac{27000\,€}{30}$ = 900 €
b) mit dem Dreisatz:
30 % ≙ 270 €
10 % ≙ 90 €
100 % ≙ 900 €

A: Das Fahrrad kostete vorher 900 €.

3. Arithmetisches Mittel:
$\frac{12+16+8+22+14}{5}\,km$ = 14,4 km

4.a)


b)


c)