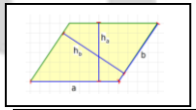
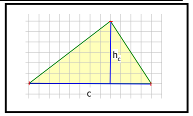
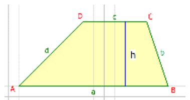
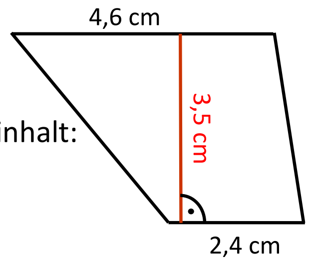
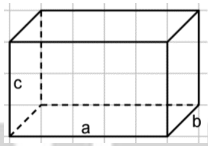
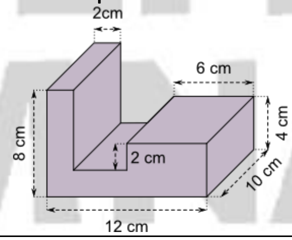
Grundwissen Mathematik 6. Klasse

Wissen	Aufgaben/Beispiele	Lösungen
Menge der rationalen Zahlen: $\mathbb{Q} = \{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0\}$ $a : b = \frac{a}{b} = \frac{\text{Zähler}}{\text{Nenner}}$ ***- Echter Bruch:*** *der Betrag liegt zwischen 0 und 1, der Nenner ist größer als der Zähler, z.B.* $\frac{3}{4}$ *- **Unechter Bruch**: der Betrag ist größer als 1, z.B.* $\frac{11}{4}$ *; unechte Brüche werden in **gemischte Zahlen** umgewandelt:* $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$ **<u>Erweitern und Kürzen</u>** - $\frac{3}{11} = \frac{3 \cdot 4}{11 \cdot 4} = \frac{12}{44}$ - $\frac{35}{63} = \frac{35 : 7}{63 : 7} = \frac{5}{9}$	1. Ordne die Zahlen der Größe nach: $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}, \frac{5}{6}$ 2. Gib das gekürzte Ergebnis als gemischte Zahl an: a) $\frac{35}{20}$ b) $\frac{162}{36}$	$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \frac{3}{4} = \frac{9}{12}, \frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ => $\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$ 2. a) $\frac{35}{20} \overset{:5}{=} \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$ b) $\frac{162}{36} \overset{:9}{=} \frac{18}{4} \overset{:2}{=} \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$
<u>Rechnen mit Brüchen:</u> **- Addition und Subtraktion:** die Brüche müssen **gleichnamig** sein: $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15}$ Bestimmung des Kleinsten gemeinsamen Vielfachen (**kgV**) mit Hilfe der Primfaktor-Zerlegung. **- Multiplikation und Division:** - Mult. mit natürlichen Zahlen: Multipliziere den Zähler mit der nat. Zahl und behalte den Nenner bei. - Mult. von Brüchen: „Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner“ - Div. von Brüchen: „Anstatt durch einen Bruch zu dividieren, multipliziert man mit seinem Kehrbruch.“ Beim Rechnen mit Brüchen gelten die gleichen **Rechenregeln** (Punkt-vor-Strich) und **Rechengesetze** (AG, KG, DG) wie beim Rechnen mit ganzen Zahlen.	1. Berechne das kgV der Zahlen 6, 9 und 15 2. Berechne: $a)\ \frac{1}{6} - \frac{4}{9} + \frac{7}{15}$ $b)\ \frac{5}{8} \cdot 3 =$ $c)\ \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} =$ $d)\ \frac{2}{3} : \frac{5}{9} =$	$\begin{array}{rcccc} 6 = & 2 & \cdot 3 & & \\ 9 = & & 3 & \cdot 3 & \\ 15 = & & 3 & & \cdot 5 \\ \hline kgV = & 2 & \cdot 3 & \cdot 3 & \cdot 5 = 90 \end{array}$ 2. $a) \overset{siehe\ kgV}{=} \frac{15}{90} - \frac{40}{90} + \frac{42}{90} = \frac{17}{90}$ $b)\ \frac{5}{8} \cdot 3 = \frac{5 \cdot 3}{8} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$ $c)\ \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 5} = \frac{3}{10}$ $d)\ \frac{2}{3} : \frac{5}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} = \frac{2 \cdot 9}{3 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

Achtung: Gemischte Zahlen vor dem Multiplizieren/Dividieren in reine Brüche umwandeln! Addition ist auch mit gemischten Zahlen möglich.	3. $5\frac{7}{10}+1\frac{2}{5}$	3. $=5\frac{7}{10}+1\frac{4}{10}=6\frac{11}{10}=7\frac{1}{10}$
<u>Dezimalbrüche:</u> - Umwandlung von Brüchen in Dezimalbrüche mit Stufenzahlen ($\frac{1}{25}=\frac{4}{100}=0{,}04$) oder durch Division ($2\frac{2}{3}=\frac{8}{3}=8:3=2{,}\overline{6}$) - Runden von Dezimalbrüchen analog zum Runden von ganzen Zahlen - Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen: „Komma unter Komma“ beim Untereinanderschreiben - Multiplikation von Dezimalbrüchen: Das Ergebnis muss ebenso viele Stellen nach dem Komma haben wie beide Faktoren zusammen - Division von Dezimalbrüchen: gleichsinnige Kommaverschiebung nach rechts, bis der Divisor eine natürliche Zahl ist	1. Runde die Zahl 5,4827 a) auf Zehntel b) auf Hundertstel 2. 3,8+0,25 3. 3,8·0,05 NR: 38·5=190 4. 0,038 : 0,05	1. a) 5,5 b) 5,48 $\begin{array}{rr} & 3{,}8 \\ + & 0{,}25 \\ \hline = & 4{,}05 \end{array}$ $3,\underbrace{8}_{1}\cdot 0,\underbrace{05}_{2}=0,\underbrace{190}_{3}=0{,}19$ 4. $0,\overrightarrow{038}:\ 0,\overrightarrow{05}=3{,}8:\ 5=0{,}76$
<u>Flächeninhalt von Dreiecken und Vierecken:</u> - **Flächeninhalt A eines Parallelogramms** mit der Grundlinie a und zugehöriger Höhe h_a : **A = a · h_a** (bzw. A = b · h_b)  - **Flächeninhalt A eines Dreiecks: A = $\frac{1}{2}\cdot c\cdot h_c$**  **Flächeninhalt eines Trapezes: A = $\frac{1}{2}\cdot(a+c)\cdot h$**  - **Netze und Oberflächeninhalt: O = A_{Netz}**	1. Ein Parallelogramm mit den Maßen b = 43cm und h_a = 15cm hat den Flächeninhalt A = 255cm². Berechne die Länge der Seite a und den Umfang U des Parallelogramms. 2. Ein dreieckiges Grundstück hat eine Fläche von 8,26 a. Die eine Seite des Grundstücks misst 94,4 m. Wie groß (in m) ist die dazugehörige Höhe? 3. Berechne den Flächeninhalt:  	1. a = 255cm² : 15cm = 17cm U = 2 · 17cm + 2 · 43cm = 120cm 2. $826m^2=\frac{1}{2}\cdot 94{,}4m\cdot h$ 826m² = 47,2m · h h = 826m² : 47,2m = 17,5m Die zugehörige Höhe ist 17,5m. 3. A = $\frac{1}{2}\cdot(2{,}4cm+4{,}6cm)\cdot 3{,}5cm$ = = $\frac{1}{2}\cdot 7cm\cdot 3{,}5cm$ = 12,25cm²

<table>
<tr>
<td>
<u>Volumen und Volumenmessung:</u>
- Flächeneinheiten: $1m^3 = 1000dm^3$;
$1dm^3$ (= 1 Liter) = $1000cm^3$; $1cm^3 = 1000mm^3$
- Volumen eines Quaders mit den Kantenlängen a,b und c: $V_Q = a \cdot b \cdot c$


- Volumen verschiedener Körper durch Zerlegen/neu Zusammen-setzen/Ergänzen berechnen.
</td>
<td>
1. Verwandle in die angegebene Einheit:
$35,07\ cm^3$ = … mm^3 = … l
2.Welche Breite hat ein 25 m langes, 2 m tiefes Schwimmbecken, das 600 000 l Wasser fasst?
3. Berechne das Volumen des folgenden Körpers:


</td>
<td>
1. $35,07\ cm^3 = 35070\ mm^3 =$
$0,03507\ dm^3 = 0,03507$ l
2. $600.000\ dm^3 = 250\ dm \cdot b \cdot 20\ dm$
$600.000\ dm^3 = 5000\ dm^2 \cdot b$
$b = 600\,000\ dm^3 : 5000\ dm^2 =$
120dm
Das Schwimmbecken ist 12 m breit.
3. V =
$2cm \cdot 10cm \cdot 8cm + 4cm \cdot 10cm \cdot 2cm + 6cm \cdot 10cm \cdot 4cm =$
$160cm^3 + 80cm^3 + 240cm^3 =$
$480cm^3$
</td>
</tr>
<tr>
<td>
<u>Relative Häufigkeit:</u>
- Zufallsexperiment: Die möglichen Ergebnisse bei der Durch-führung eines Experimentes sind vorher bekannt; es tritt genau ein Ergebnis ein; welches Ergebnis eintreten wird, lässt sich nicht vorhersagen
- Die absolute Häufigkeit gibt an, wie oft ein bestimmtes Ergebnis auftritt
- Relative Häufigkeit = $\frac{absolute\ Häufigkeit}{Gesamtzahl}$
- Vierfeldertafel: Hilfsmittel zur Berechnung von absoluten/ relativen Häufigkeiten bei der Auswertung von Daten eines ZE
- Empirisches Gesetz der großen Zahlen: Wird ein ZE sehr oft ausgeführt, dann stabilisiert sich die relative Häufigkeit eines einzelnen Ergebnisses um eine bestimmte Bruchzahl. Diese Bruchzahl ist ein guter Schätzwert für die tatsächliche Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses.
</td>
<td>
1. Beim Basketball erzielt Tom bei 65 Würfen 26 Treffer. Bestimme die absolute und die relative Häufigkeit für „Treffer“.
2. In einer Klasse mit 10 Mädchen und 15 Jungen sind insgesamt 20 Kinder in einem Sportverein (SV) aktiv. Unter diesen 20 Kindern sind 8 Mädchen. Erstelle eine Vierfeldertafel mit den absoluten (und den relativen Häufigkeiten).
</td>
<td>
1. Die absolute Häufigkeit für „Treffer“ ist 26. Die relative Häufigkeit ist $\frac{26}{65} = \frac{2}{5} = 40\ \%$
2.
<table>
<tr><th></th><th>SV</th><th>nicht SV</th><th></th></tr>
<tr><td>Ju</td><td>12 (48%)</td><td>3 (12 %)</td><td>15 (60 %)</td></tr>
<tr><td>Mä</td><td>8 (32%)</td><td>2 (8 %)</td><td>10 (40 %)</td></tr>
<tr><td></td><td>20 (80%)</td><td>5 (20 %)</td><td>25(100%)</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

<u>Prozentrechnung und Diagramme:</u> 60 % = $\frac{60}{100} = 0{,}60 = 0{,}6$; 3 ‰ = $\frac{3}{1000} = 0{,}003$ - **Grundgleichung der Prozentrechnung:** Prozentsatz · Grundwert = Prozentwert	1. Wie viel Prozent sind 51 von 68? 2. Der Preis eines Fahrrads wird im Ausverkauf auf 270 € reduziert. Das sind nur noch 30 % des ursprünglichen Preises. Wie viel kostete das Fahrrad vorher?	1. PS = $\frac{PW}{GW}$ = $\frac{51}{68}$ = $\frac{3}{4}$ = 75 % 2. a) Mit der Grundgleichung: GW = $\frac{PW}{PS}$ = $\frac{270\text{ €}}{\frac{30}{100}}$ = $\frac{27000\text{ €}}{30}$ = 900 € b) mit dem Dreisatz: 30 % $\hat{=}$ 270 € 10 % $\hat{=}$ 90 € 100 % $\hat{=}$ 900 € A: Das Fahrrad kostete vorher 900 €.